変化率の簡単な計算方法

経済学では、ある**変数**の値より、その変数の変化率のほうが重要になることが少なくない。たとえば、次週以降で GDP について学ぶが、GDP はその値より前期（前の年や前の四半期）からの変化率（成長率）が問題になる。

たとえば、昨年の日本の GDP が 500 兆円、今年の日本の GDP が 550 兆円だったとしよう。その場合、昨年から今年にかけての GDP の変化率は

$$\frac{550-500}{500}=\frac{50}{500}=\frac{10}{100}=0.1 \tag{1}$$

すなわち 10%である。通常、一国の経済成長率は GDP の変化率によって測られる。

いま、ある変数が別の二つの変数の積（掛け算）として定義されているとしよう。つまり

$$Z=X\times Y \tag{2}$$

のようなケースである。これら三つの変数の変化率があまり大きくない場合、それらの間にはおおよそ以下のような関係が成立する。

$$Z\text{の変化率}=X\text{の変化率}+Y\text{の変化率} \tag{3}$$

つまり、「**もとの変数が掛け算なら、変化率は足し算**」ということである。この関係を覚えておくと、計算の手間が省けるだけでなく、ある変数がなぜ変化したのかを考察する際にも役に立つことが多い。

ただし(3)式は正確な関係ではなく、あくまでも「おおよそ」成立する関係である。以下でそれがなぜかを考えてみよう。

次のページの図表 1 では、X を横軸、Y を縦軸に取っているので、二つの軸によって囲まれる四角形の面積が Z の値を表している。たとえば、ある年の X と Y の値がともに 100 だったとすると、$Z=100\times 100=10,000$ である。

例として、翌年に X が 2%増えて 102 になり、Y が 1%増えて 101 になったとしよう。Z の値は $Z=102\times 101=10,302$ である。したがって今年から翌年にかけての Z の変化率は

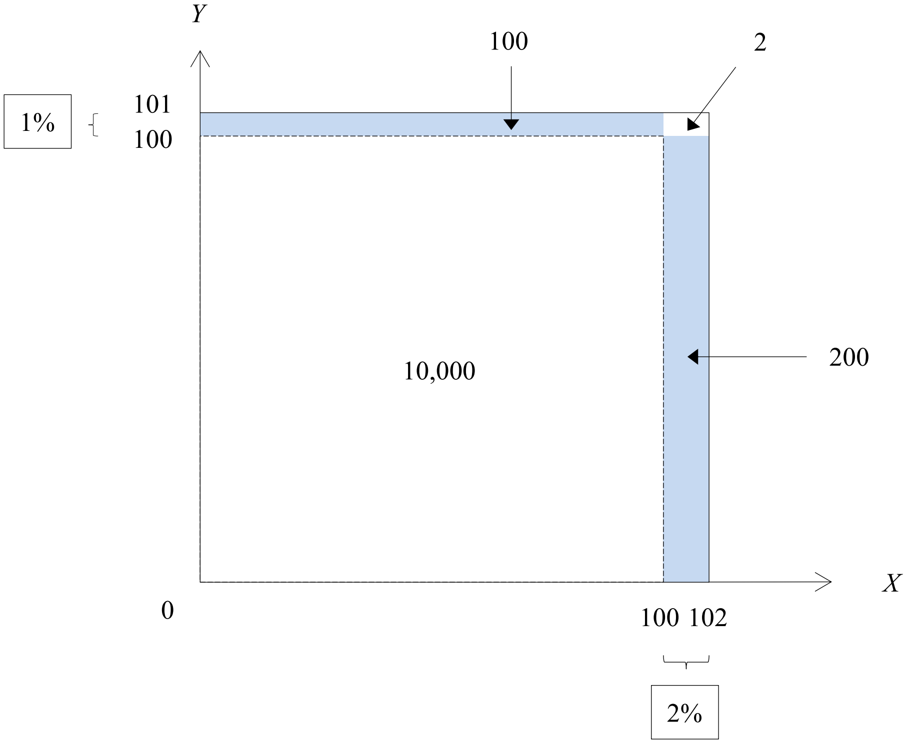
$$\frac{10,302-10,000}{10,000}=\frac{302}{10,000}=0.0302 \tag{4}$$

すなわち 3.02%である。一方、簡便法である(3)式にしたがって計算すると

$$2\%+1\%=3\% \tag{5}$$

となる。この値は(4)の値とほぼ一致しているが、0.02%だけ差が生じている。

図表 1　変化率の計算の図解



図表 1 をよく観察すると、X が 2%上昇したことによる Z の増分が右側の水色の長方形の面積（200）に対応し、Y が 1%上昇したことによる Z の増分が上の水色の長方形の面積（100）に対応していることが分かる。右上の小さな白い長方形の面積（2）は X と Y が**同時に**上昇したことによる Z の増分であり、これが(4)式と(5)式の乖離の 0.02%に対応している。つまり(3)式は、Z の変化のうち X の変化だけに起因する分と Y の変化だけに起因する分だけを考慮し、両者が同時に変化したことによる分を無視することにより、計算を簡単にしたものである。

X と Y の変化率があまり大きくない場合、上記の計算方法はかなり正確である。しかし X か Y のいずれかないしは両方の変化率が大きいと、正確な値からの乖離が大きくなる。たとえば X と Y の変化率がそれぞれ 20%と 10%の場合、正確に計算した Z の変化率は 32%になるが、(3)式によって計算した変化率は $20\% + 10\% = 30\%$ であり、2%の差が生じる。したがっていちじるしく不安定な変数を扱うときには注意が必要だが、マクロ経済学で扱う変数の多くは比較的安定しているので、(3)式をの簡便法でまったく問題ないことが少なくない。

「もとの変数が掛け算なら、変化率は足し算」という関係が成立ということは、「**もとの変数が割り算なら、変化率は引き算**」という関係も成立するはずである。(2)式は

$$Y = Z \div X = \frac{Z}{X} \tag{6}$$

という式とまったく同じものである。また、(3)式は

$$Yの変化率 = Zの変化率 - Xの変化率 \tag{7}$$

という式とまったく同じものである。(6)式と(7)式を見比べると、「もとの変数が割り算なら、変化率は引き算」という関係が確かに成立している。

上記の関係を覚えておくと、いろいろと便利なことがある。例として、コンビニ・チェーンの売上について考えてみよう。

ファミリーマートやローソンのようなコンビニエンスストア・チェーンの運営会社は、いかにして利益を増やすかにいつも頭を悩ませている。一般に、コンビニのような**フランチャイズ・チェーン**が店舗を増やすと、チェーン全体の売上は増えることが多い[1]。しかし新店舗と既存の店舗の間で顧客の奪い合いが生じると、チェーンの経営効率が悪化し、利益率が低下してしまう可能性がある。したがって新規出店を行う場合、一店舗当たりの売上ができるだけ低下しないように配慮する必要がある。

コンビニ・チェーン全体の売上を店舗数で割った値が一店舗当たりの売上だから、

$$一店舗当たり売上 = 売上総額 \div 店舗数 = \frac{売上総額}{店舗数} \tag{8}$$

である。(6)式と(7)式の対応関係から

$$一店舗当たり売上の変化率 = 売上総額の変化率 - 店舗数の変化率 \tag{9}$$

という関係が（ほぼ）成立することが分かる。

「昨年から今年にかけての一店舗当たり売上の変化率」を正確に計算する場合、まず昨年と今年の一店舗当たり売上を計算し、さらに(1)式の要領で変化率を計算する必要がある。しかしコンビニ・チェーンは毎年の売上総額は計算しているだろうし、もちろん店舗数も把握しているだろう。それらをもとに「売上総額の変化率」と「店舗数の変化率」が計算できれば、両者の差をとるだけで「一店舗当たりの売上の変化率」も計算できるわけである。

図表 2 は、全国のコンビニ・チェーン（上位 7 社）の売上総額と店舗数、一店舗当たり売上の対前年変化率を計算し、それらをグラフに描いたものである。ただしここでは(9)式の方法は使用せず、各変数の変化率を正確に計算している。

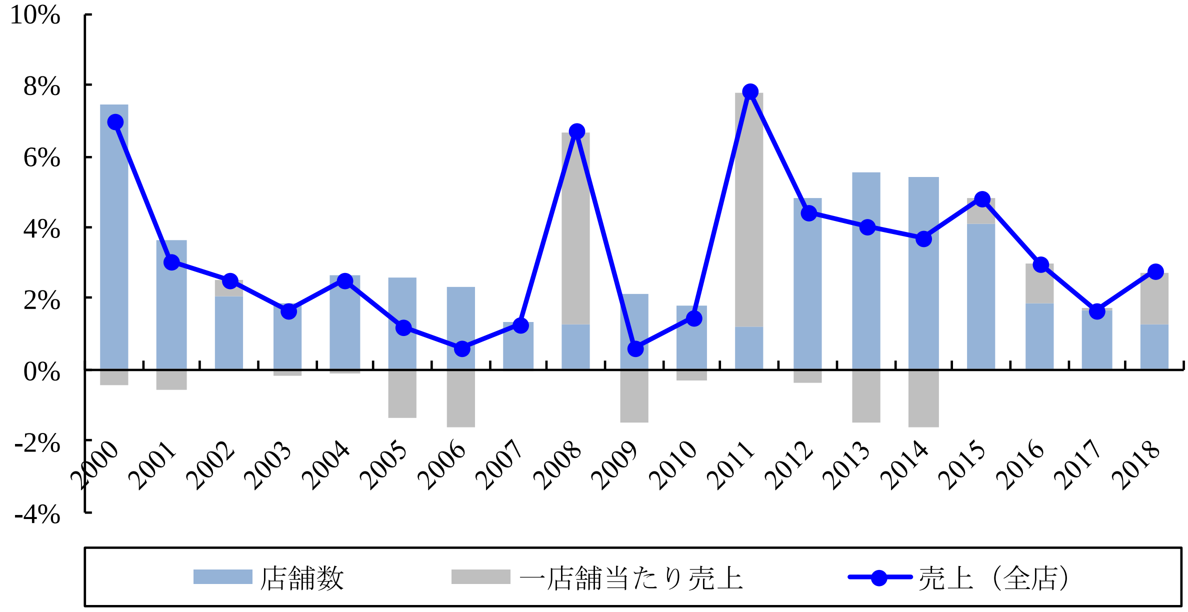
図表 2 によると、各社が新規出店数を増やした年には、確かに一店舗当たり売上高が減少したことが多かったようである。また、売上総額はすべての年に増加しているが、その多くは店舗数の増加によるもので、個々の店舗の売上高は減少した年も少なくない[2]。

---

[1] フランチャイズ・チェーンとは、事業のノウハウを持つ企業（フランチャイザー）が個々の店舗を経営する人（フランチャイジー）と契約を結んで店舗展開を行う事業モデルのことである。コンビニ以外にファーストフードや学習塾などの業界でも広く見られる。

[2] 2008 年と 2011 年の一店舗当たり売上高の急増は特殊な要因によるものである。

図表２　全国のコンビニエンス・チェーンの売上の対前年変化率の推移



（出所）日本フランチャイズチェーン協会「コンビニ統計調査」をもとに作成。

なお、「**もとの変数が掛け算なら、変化率は足し算**」という関係は、掛け合わせる変数の数が三つ以上でも（ほぼ）成立する。すなわち，Z が

$$Z = W \times X \times Y \tag{10}$$

であるとき、

$$Z\text{の変化率} = W\text{の変化率} + X\text{の変化率} + Y\text{の変化率} \tag{11}$$

という関係がほぼ成立する。ただし掛け合わせる変数の数が増えるにつれ、(11)式の方法で計算した Z の変化率は真の変化率から乖離しやすくなる。この資料で解説した関係は次週以降の授業や資料で頻繁に利用するので、覚えておいてほしい。