

2024 年 度

数 学

注 意

1. 監督者の合図があるまでは問題冊子と解答用紙を開かないでください。
2. 解答はすべて解答用紙の決められた箇所に記入してください。
3. 試験開始後，解答用紙に氏名・受験番号を記入してください。
4. 試験問題はこの冊子の 1 ～ 2 ページに記載されています。
問題冊子の白紙部分は，適宜利用して構いません。
5. 問題Ⅱについては，解答用紙のオモテ面で不足する場合に限って，ウラ面に解答を続けても構いません。
その場合は，ウラ面に続くことをオモテ面の下端に明記してください。
またウラ面の使用については，穴が開いている側を下向きにして記入してください。
6. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰ってください。

I 以下の をうめなさい。

(1) 自然数 n が不等式 $185 \leq \log_{10} 72^n < 186$ を満たす。このとき、

$n =$ ア で、 72^n の最高位の数字は イ であり、末尾の数字は ウ である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(2) a, b を自然数とする。 a を 7 で割ると 5 余り、 b を 7 で割ると 6 余る。このとき、 $a + b$ を 7 で割った余りは エ となり、 $a^2 + b^2$ を 7 で割った余りは オ となる。また、 20^{24} を 7 で割った余りは カ である。

(3) 実数 x, y は、 $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 2$ を満たす。このとき、

$x^2 + y^2 - 4(x + y)$ の最小値は キ であり、最大値は ク である。また、 $x^2 + y^2 - 4(x + y) + 8xy$ の最小値は ケ であり、最大値は コ である。

Ⅱ 定数 a, b に対して, $f(x) = a(x - b)^2$ とおく。ただし, a は正とする。このとき放物線 $y = f(x)$ は直線 $y = -4x + 4$ に接している。

- (1) b を a を用いて表しなさい。
- (2) $0 \leq x \leq 2$ において, $f(x)$ の最大値 $M(a)$ と最小値 $m(a)$ を求めなさい。
- (3) a が正の実数をとるように変化させるとき, $M(a)$ の最小値とそのときの a の値を求めなさい。