

2024 年 度

数 学

注 意

1. 監督者の合図があるまでは問題冊子と解答用紙を開かないでください。
2. 解答はすべて解答用紙の決められた箇所に記入してください。
3. 試験開始後，解答用紙に氏名・受験番号を記入してください。
4. 試験問題はこの冊子の 1 ～ 2 ページに記載されています。
問題冊子の白紙部分は，適宜利用して構いません。
5. 問題Ⅱについては，解答用紙のオモテ面で不足する場合に限って，ウラ面に解答を続けても構いません。
その場合は，ウラ面に続くことをオモテ面の下端に明記してください。
またウラ面の使用については，穴が開いている側を下向きにして記入してください。
6. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰ってください。

I 以下の空欄 から をうめなさい。

(1) a を実数として、 x の 2 次方程式 $x^2 - 2ax + 3a + 10 = 0$ を考える。この 2 次方程式が実数解を持つときの a の値の範囲は であり、異なる 2 つの正の実数解を持つときの a の値の範囲は である。また、この 2 次方程式が $2 \leq x \leq 6$ の範囲に少なくとも 1 つの実数解を持つときの a の値の範囲は である。

(2) n を正の整数として、多項式 $P(x) = (x + 1)^n$ を考える。 $P(x)$ を $x - 1$ で割ったときの余りは で、 x^2 で割ったときの余りは である。また、 $P(x)$ を $x^2(x - 1)$ で割ったときの余りは である。

(3) n を正の整数として、 $a_n > 0$ かつ $a_1 = 4$ を満たす数列 $\{a_n\}$ を考える。数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n について、 $S_{n+1} + S_n + 4 = \frac{1}{2}(S_{n+1} - S_n)^2$ が成り立つ。このとき、 $S_2 =$, $S_3 =$ である。また、数列 $\{a_n\}$ が満たす漸化式は $a_{n+1} - a_n =$ である。よって、数列 $\{a_n\}$ の一般項は となり、 $S_n =$ と求まる。

Ⅱ 座標平面上に、2つの放物線 $C_1: y = 2x^2$ と $C_2: y = -x^2 + 2ax - a^2$ がある。ただし、 a は正の実数とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 点 $(p, 2p^2)$ における C_1 の接線の方程式を p を用いて表しなさい。
- (2) 放物線 C_1 と C_2 の両方に接する直線(共通接線)は2本ある。この共通接線の方程式を求めなさい。
- (3) 放物線 C_1 と2つの共通接線で囲まれた部分の面積を S_1 、放物線 C_2 と2つの共通接線で囲まれた部分の面積を S_2 とする。面積 S_1 、 S_2 をそれぞれ求めなさい。