

2 0 2 5 年 度

数 学

注 意

1. 監督者の合図があるまでは問題冊子と解答用紙を開かないでください。
2. 解答はすべて解答用紙の決められた箇所に記入してください。
3. 試験開始後、解答用紙に氏名・受験番号を記入してください。
4. 試験問題はこの冊子の 1 ～ 2 ページに記載されています。
問題冊子の白紙部分は、適宜利用して構いません。
5. 問題Ⅱについては、解答用紙のオモテ面で不足する場合に限って、ウラ面に解答を続けても構いません。
その場合は、ウラ面に続くことをオモテ面の下端に明記してください。
またウラ面の使用については、穴が開いている側を下向きにして記入してください。
6. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ってください。

I 以下の を埋めなさい。

- (1) a, b, c は 12 以下の自然数とする。このとき、 $a = b = c$ を満たす自然数の組 (a, b, c) は ア 組あり、 $a < b < c$ を満たす (a, b, c) は イ 組あり、 $a \leq b \leq c$ を満たす (a, b, c) は ウ 組ある。

- (2) 四面体 ABCD において、 $AB = AC = AD = a$ とし、 $BC = CD = DB = b$ とする。ただし、 $b < \sqrt{3}a$ とする。そして、点 A から平面 BCD に下ろした垂線を AH とすると、 $\overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}}{3}$ である。よって、 $|\overrightarrow{AH}|$ は a, b を用いて $|\overrightarrow{AH}| =$ エ と表され、四面体 ABCD の体積 V は オ となる。このとき a を固定して、 b を $0 < b < \sqrt{3}a$ の範囲で動かすと、 V は $b =$ カ のとき最大となる。

- (3) n を自然数とする。連立不等式

$$x \geq 0, y \geq 0, x + 4y \leq 4n$$

に含まれる格子点 (x 座標と y 座標がともに整数である点) の個数を $f(n)$ で表す。 $f(n)$ を n の式で表すと、 $f(n) =$ キ である。

ここで、 a は定数で 2 以上 12 以下の自然数とする。次の連立不等式

$$0 \leq x \leq n, y \geq x^2, y \leq ax^2$$

に含まれる格子点の個数を $g(n)$ で表す。 $g(n)$ を n の式で表すと、 $g(n) =$ ク である。不等式 $f(n) \leq g(n)$ がすべての自然数 n について成り立つような自然数 a の値の範囲は ケ である。

Ⅱ 以下の問いに答えなさい。

(1) $2^{\log_2 3}$ と $4^{\log_2 3}$ の値を求めなさい。

(2) a は定数とする。方程式 $4^{\log_2 x} - a \cdot 2^{(\log_2 x)+1} + 2a^2 - a - 6 = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつとき、定数 a の値の範囲を求めなさい。