

2025年度

# 数 学

## 注 意

1. 監督者の合図があるまでは問題冊子と解答用紙を開かないでください。
2. 解答はすべて解答用紙の決められた箇所に記入してください。
3. 試験開始後、解答用紙に氏名・受験番号を記入してください。
4. 試験問題はこの冊子の1～2ページに記載されています。  
問題冊子の白紙部分は、適宜利用して構いません。
5. 問題Ⅱについては、解答用紙のオモテ面で不足する場合に限って、ウラ面に解答を続けても構いません。  
その場合は、ウラ面に続くことをオモテ面の下端に明記してください。  
またウラ面の使用については、穴が開いている側を下向きにして記入してください。
6. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ってください。

I 以下の空欄  から  をうめなさい。

(1) 方程式  $x^2 + y^2 = 25$  が表す円を  $C_1$ , 方程式  $x^2 + 4x + y^2 - 3y = 25$  が表す円を  $C_2$  とする。円  $C_2$  の中心の座標は  であり, 円  $C_1$  と円  $C_2$  の交点の座標は  である。また, 円  $C_1$  と円  $C_2$  のすべての交点を通る直線  $\ell$  の方程式は  であり, 直線  $\ell$  と円  $C_2$  の中心の距離は  である。

(2) ベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  は  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$  を満たす。このとき,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  の最小値は  であり,  $|\vec{a} - \vec{b}|$  の最大値は  である。  
 $|\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{b}|$  の最大値は,  $(|\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{b}|)^2$  の最大値の正の平方根であるから  である。また,  $|2\vec{a} + \vec{b}| |\vec{a} - 2\vec{b}|$  の最小値は  である。

(3) 実数  $x$ ,  $y$  が等式  $3^{2x+1} + 5 \cdot 3^x \cdot 2^y + 2^{2y+1} - 6 \cdot 3^x - 6 \cdot 2^y = 0$  を満たしている。このとき, 定数  $a =$  ,  $b =$   に対して,  $a \cdot 3^x + b \cdot 2^y = 1$  が成り立つ。また,  $3^x + 2^y$  のとる値の範囲は   $< 3^x + 2^y <$   である。

II  $0 < \alpha < \pi$  である実数  $\alpha$  に対して、次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  を考える。

$$a_1 = \cos \alpha, \quad a_{n+1} = a_n \cos(2^n \alpha) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の問いに答えなさい。

- (1)  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  のとき、 $a_1$  および  $a_2$  の値を求めなさい。
- (2)  $\cos \alpha$  を  $\sin \alpha$  と  $\sin 2\alpha$  の分数式として表しなさい。
- (3) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を  $\sin \alpha$  と  $\sin(2^n \alpha)$  を用いて表しなさい。
- (4)  $\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{3\pi}{7}$  の値を求めなさい。
- (5)  $\cos \frac{\pi}{5}$  の値を求めなさい。