

2025年度

# 数 学

## 注 意

1. 監督者の合図があるまでは問題冊子と解答用紙を開かないでください。
2. 解答はすべて解答用紙の決められた箇所に記入してください。
3. 試験開始後、解答用紙に氏名・受験番号を記入してください。
4. 試験問題はこの冊子の1～2ページに記載されています。  
問題冊子の白紙部分は、適宜利用して構いません。
5. 問題Ⅱについては、解答用紙のオモテ面で不足する場合に限って、ウラ面に解答を続けても構いません。  
その場合は、ウラ面に続くことをオモテ面の下端に明記してください。  
またウラ面の使用については、穴が開いている側を下向きにして記入してください。
6. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ってください。

I 以下の空欄  から  をうめなさい。

(1)  $\triangle ABC$  において、 $AB = 5$ ,  $BC = 7$ ,  $CA = 8$  とする。このとき  $\angle A$  の大きさは  であり、 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$   である。また、この  $\triangle ABC$  の外接円の半径は  であり、その外接円の中心を  $P$  とするとき、 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} =$   である。

(2) 箱の中に同じ種類の札が 10 枚あり、1 から 10 までの整数が 1 つずつ書かれている。箱から無作為に札を 1 枚取り出し、札に書かれた数が素数ならばその数に 1 を加えた数に書き換えて箱に戻し、素数でなければそのまま箱に戻す。この操作を 1 回と数え、続けて 3 回繰り返す。このとき、2 回目に初めて素数の札が出る確率は  であり、2 回目に素数の札が出る確率は  である。また、1 回目から 3 回目までに素数の札が少なくとも 1 回出る確率は  であり、1 回目から 3 回目まですべて素数の札が出る確率は  である。ただし、2 以上の自然数で、1 とそれ自身以外に正の約数を持たない数を素数という。

(3)  $0 \leq \theta \leq \pi$  である  $\theta$  に対して、

$$f(\theta) = \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta + 2\sqrt{3} \sin \theta \cos \theta + 2 \sin \theta + 2\sqrt{3} \cos \theta + 1$$

とする。 $t = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$  とおくと、 $t$  の取りうる値の範囲は

$$\text{  } \leq t \leq \text{  } \text{ である。} f(\theta) \text{ を } t \text{ の関数として表すと } \text{  }$$

となる。よって、 $f(\theta)$  の最大値は  , 最小値は  である。

II 放物線  $C: y = -3x^2$  上に 2 点  $P(p, -3p^2)$ ,  $Q(q, -3q^2)$  がある。以下の問いに答えなさい。ただし,  $p < 0 < q$  とする。

(1)  $C$  上の点  $P$ ,  $Q$  における接線をそれぞれ  $l_1$ ,  $l_2$  とする。接線  $l_1$ ,  $l_2$  の方程式をそれぞれ求めなさい。

(2) 接線  $l_1$ ,  $l_2$  の交点を  $A(\alpha, \beta)$  とする。 $\alpha$ ,  $\beta$  を  $p$ ,  $q$  を用いて表しなさい。

(3) 放物線  $C$  と接線  $l_1$ ,  $l_2$  で囲まれる部分の面積を  $S$  とおくと、 $S$  を  $p$  と  $q$  を用いて表しなさい。

(4)  $S = 2$  かつ  $l_1$  と  $l_2$  が直交するとき,  $\alpha$  の値を求めなさい。