

2026年度 情報数理学科

## 数学文章問題

〔自己推薦AO入学試験〕 14-04

### 注 意

1. 監督者の合図があるまでは問題冊子と解答用紙を開かないでください。
2. 問題Ⅰは解答用紙のオモテ面，問題Ⅱは解答用紙のウラ面に解答してください。
3. 問題冊子の白紙部分は，適宜計算用紙として利用して構いません。

以下の問題Ⅰと問題Ⅱに解答しなさい。解答には計算結果のみではなく、結果に至るまでの過程も記すこと。

**問題Ⅰ** 原点  $O$  を中心とする半径  $r$  の円の周上に点  $A, B$  をとる。半直線  $OA, OB$  のなす角を  $\theta$  とし、以下では  $\theta$  が  $0 < \theta < \pi$  の範囲にある場合を考える。 $\theta$  を中心角とする扇形  $OAB$  について、その面積を  $S$ 、周りの長さを  $L$  とする。また扇形  $OAB$  の弧と線分  $AB$  とで囲まれる図形について、その面積を  $S'$ 、周りの長さを  $L'$  とする。以下の問いに答えなさい。

- (1)  $S$  および  $L$  を、 $r$  と  $\theta$  を用いてそれぞれ表しなさい。
- (2)  $S'$  および  $L'$  を、 $r$  と  $\theta$  を用いてそれぞれ表しなさい。
- (3)  $L = 1$  として  $r$  と  $\theta$  を変化させるとき、 $S$  の最大値を求めなさい。
- (4)  $S = 1$  として  $r$  と  $\theta$  を変化させるとき、 $L$  の最小値を求めなさい。
- (5)  $S = 3S'$  となるときの扇形の中心角を  $\theta_0$  とする。 $\theta_0$  と  $\frac{\pi}{2}$  はどちらが大きいのか。その理由を含め説明しなさい。

**問題Ⅱ** 実数  $a$  と  $b$  に対して、 $x$  の 2 次関数を  $f(x) = (x - a)^2 + a^2$  および  $g(x) = (x - b)^2 + b^2$  によって定める。以下の問いに答えなさい。

- (1)  $a < b$  のとき、放物線  $y = f(x)$  と放物線  $y = g(x)$  の交点の  $x$  座標を  $a$  と  $b$  を用いて表しなさい。
- (2)  $a < b$  のとき、放物線  $y = f(x)$  と放物線  $y = g(x)$  の両方に接する直線  $\ell$  の式を  $a$  と  $b$  を用いて表しなさい。
- (3)  $a = 0$ ,  $b = 2$  のとき、放物線  $y = f(x)$  と放物線  $y = g(x)$  および両方の放物線に接する直線  $\ell$  に囲まれた領域の面積を求めなさい。
- (4)  $a$  を実数全体にわたり動かしたときに放物線  $y = f(x)$  が通過する領域を求め、座標平面上に図示しなさい。