2026 年度　数学解答例

I

(1)	ア	$z+\frac{1}{z}-\frac{1}{2}$	イ	1
	ウ	$\frac{3}{2}$	エ	1
	オ	-1		
(2)	カ	$\frac{1}{16}$	キ	$\frac{5}{16}$
	ク	$\frac{7}{64}$	ケ	$\frac{127}{512}$
(3)	コ	$x-2$	サ	$-x+6$
	シ	1	ス	$1+\sqrt{2}$

II

(1) 線分 AB に対して線分 A_1B_1 のなす角度を θ とする $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$. このとき線分 AB に対して線分 A_2B_2 のなす角度は 2θ であるから，線分 A_2B_2 が正方形 ABCD のいずれかの辺と平行になる条件は

$$2\theta=\frac{n\pi}{2}\quad\left(n\text{は整数}\right).$$

$0<\theta<\frac{\pi}{2}$ の範囲でこれを解くと $\theta=\frac{\pi}{4}$. 一方 $\triangle BA_1B_1$ において，$\angle BA_1B_1=\theta$ であり，$\tan\theta=\frac{t}{1-t}$． これを解いて

$$t=\frac{1}{2}$$

を得る．

(2) 前問(1)と同様に θ を定める．線分 AB に対して線分 A_3B_3 のなす角度は 3θ であるから，線分 A_3B_3 が正方形 ABCD のいずれかの辺と平行になる条件は

$$3\theta=\frac{n\pi}{2}\quad\left(n\text{は整数}\right).$$

$0<\theta<\frac{\pi}{2}$ の範囲でこれを解くと $\theta=\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}$. 一方(1)と同様に，$\tan\theta=\frac{t}{1-t}$ であるから，これを解いて

$$t=\frac{\sqrt{3}-1}{2},\qquad t=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$$

を得る．

(3) $\triangle \mathrm{BA_1B_1}$ において，$\mathrm{A_1B} : \mathrm{BB_1} : \mathrm{A_1B_1} = (1-t) : t : \sqrt{(1-t)^2+t^2}$.
したがって $\mathrm{A_1B_1} = \sqrt{(1-t)^2+t^2}\,\mathrm{AB} = \sqrt{1-2t+2t^2}\,\mathrm{AB}$ であり，

$$S_1 = (1-2t+2t^2)S.$$

同様にして

$$S_{n+1} = (1-2t+2t^2)S_n \ \ (n = 1,2,3,\dots)$$

が成り立つ．よって

$$S_n = (1-2t+2t^2)^n S.$$

(4) これは等比数列の和であり，計算すると次式を得る：

$$\frac{1-(1-2t+2t^2)^{n+1}}{2t-2t^2}S.$$